Printed Pages : 14

MASC-02

B.Sc. Science (Semester-II) Examination, Jan.-Jun., 2025

(Regular / Non-Collegiate)

(NEP-2020)

MATHEMATICS

(Algebra)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 70

नोट : प्रश्न-पत्र दो भागों में विभक्त है। दिये गये निर्देशों के अनुसार सभी दो खण्डों के प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक खण्ड में अंकों का विभाजन दिया गया है।

Note : Question paper is divided into two sections. Attempt questions of all two sections as per given direction. Distribution of marks is given in each section.

खण्ड-अ / SECTION-A

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

(Objective Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

[1×10=10]

Note : Attempt **all** questions. Each question carries 1 mark.

Q. 1. यदि $A=\begin{bmatrix} 1 & 1-i & 2 \\ 1+i & 3 & i \\ 2 & -i & 0 \end{bmatrix}$ तो :

(अ) $A' = A$

(ब) $\bar{A} = A$

(स) $A^* = A$

(द) $A^* = -A$

If $A=\begin{bmatrix} 1 & 1-i & 2 \\ 1+i & 3 & i \\ 2 & -i & 0 \end{bmatrix}$, then :

(a) $A' = A$

(b) $\bar{A} = A$

(c) $A^* = A$

(d) $A^* = -A$

Q. 2. यदि आव्यूह A की कोटि $m \times n$ तथा जाति r है, तो :

(अ) $r \le \min(m,n)$

(ब) $r \ge \min(m,n)$

(स) $r \ge \max(m,n)$

(द) $r \le \max(m,n)$

If A is a matrix of order $m \times n$ and rank r, then :

(a) $r \le \min(m,n)$

(b) $r \ge \min(m,n)$

(c) $r \ge \max(m,n)$

(d) $r \le \max(m,n)$

Q. 3. आव्यूह $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ के आइगन मान हैं :

(अ) 1, 2

(ब) –1, 2

(स) 1, –2

(द) –1, –2

Eigenvalues of the matrix are $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ are :

(a) 1, 2

(b) a–1, 2

(c) 1, –2

(d) –1, –2

Q. 4. यदि U={1, 2, 3, 4, 5, 6}, A={2, 4, 6}, तो A^c=U–A का मान होगा :

(अ) {1, 2, 3}

(ब) {2, 4, 6}

(स) {1, 3, 5}

(द) इनमें से कोई नहीं

If U={1, 2, 3, 4, 5, 6}, A={2, 4, 6}, then A^c=U–A is equal to :

(a) {1, 2, 3}

(b) {2, 4, 6}

(c) {1, 3, 5}

(d) None of these

Q. 5. यदि $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ और $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, जहाँ $f(x)=\cos x$ तथा $g(x)=x^2$, तो $(f\circ g)(x)$ होगा :

(अ) $\cos x^2$

(ब) $\cos^2 x$

(स) $x^2\cos x$

(द) इनमें से कोई नहीं

If $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ and $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, where $f(x)=\cos x$ and $g(x)=x^2$, then $(f\circ g)(x)$ will be :

(a) $\cos x^2$

(b) $\cos^2 x$

(c) $x^2\cos x$

(d) None of these

Q. 6. एक n-घात के समीकरण के मूल होंगे :

(अ) n वास्तविक मूल

(ब) n काल्पनिक मूल

(स) n मूल

(द) इनमें से कोई नहीं

An equation of nth degree has :

(a) n real roots

(b) n imaginary roots

(c) n roots

(d) None of these

Q. 7. समीकरण $x^4+2x^3-21x^2-22x+40=0$ के मूलों का योग होगा :

(अ) –21

(ब) 21

(स) –2

(द) 2

The sum of the roots of the equation $x^4+2x^3-21x^2-22x+40=0$ will be :

(a) –21

(b) 21

(c) –2

(d) 2

Q. 8. निम्न में से कौन-सी बीजीय संरचना एक समूह नहीं है?

(अ) $(\mathbb{N},+)$

(ब) $(\mathbb{R},+)$

(स) $(\mathbb{C},+)$

(द) इनमें से कोई नहीं

Which of the following algebraic structure is not a group?

(a) $(\mathbb{N},+)$

(b) $(\mathbb{R},+)$

(c) $(\mathbb{C},+)$

(d) None of these

Q. 9. यदि H एक समूह G का उपसमूह है, तो निम्न में से कौन-सा वाक्य गलत है?

(अ) $H^{-1} = H$

(ब) $HH \subseteq H$

(स) $H \subseteq H \cdot H$

(द) $H \not\subseteq H^{-1}$

If H is a subgroup of a group G, then which of the following statement is falsie?

(a) $H^{-1} = H$

(b) $HH \subseteq H$

(c) $H \subseteq H \cdot H$

(d) $H \not\subseteq H^{-1}$

Q. 10. यदि G एक सीमित समूह है तथा N एक प्रसामान्य उपसमूह है G का, तो :

(अ) $O(G/N) = O(G) \cdot O(N)$

(ब) $O(G/N) = \frac{O(G)}{O(N)}$

(स) $O(G/N) = \frac{O(N)}{O(G)}$

(द) इनमें से कोई नहीं

If G is a finite group and N is a normal subgroup of G, then :

(a) $O(G/N) = O(G) \cdot O(N)$

(b) $O(G/N) = \frac{O(G)}{O(N)}$

(c) $O(G/N) = \frac{O(N)}{O(G)}$

(d) None of these

Q. 2. सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए : [4×5=20]

Answer all questions :

(a) आव्यूह $A=\begin{bmatrix}2 & 1 & -1\\ 0 & 3 & -2\\ 2 & 4 & -3\end{bmatrix}$ की जाति ज्ञात कीजिए।

Find the rank of the matrix $A=\begin{bmatrix}2 & 1 & -1\\ 0 & 3 & -2\\ 2 & 4 & -3\end{bmatrix}$.

(b) माना U={a, b, c, d, e, f, g}, A={a, b, d}, B={b, c, e,} तथा C={c, d, f}। निम्नांकित का मान निकालिए :

(i) $A\cup(B\cup C)$

(ii) $A\cap(B\cap C)$

(iii) $(A-B)\cup(B-C)$

(iv) $U-(A\cap B\cap C)$

Let U={a, b, c, d, e, f, g}, A={a, b, d}, B={b, c, e,} and C={c, d, f}. Then evaluate the following :

(i) $A\cup(B\cup C)$

(ii) $A\cap(B\cap C)$

(iii) $(A-B)\cup(B-C)$

(iv) $U-(A\cap B\cap C)$

(c) भागफल और शेषफल ज्ञात कीजिए यदि $f(x)=x^5-3x^4+x^3-8x-135$ को $x-4$ से भाग दिया जाता है।

Find the quotient and remainder when $f(x)=x^5-3x^4+x^3-8x-135$ is divided by $x-4$.

(d) यदि $\mathbb{Q}^+$ सभी धनात्मक परिमेय को प्रस्तुत करता है। तथा 'o' एक बाइनरी ऑपरेशन है जो इस तरह से परिभाषित है $aob=\frac{ab}{2}, a,b\in\mathbb{Q}^+$, तो दर्शाइए कि $(\mathbb{Q}^+,o)$ एक समूह बनाता है।

If $\mathbb{Q}^+$ is the set of all positive rationales and a binary operation 'o' is defined in $\mathbb{Q}^+$ as under $aob = \frac{ab}{2}$, $a, b \in \mathbb{Q}^+$, then prove that $(\mathbb{Q}^+, o)$ is a group.

खण्ड-ब / SECTION-B

Note : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। आन्तरिक विकल्प दिए गए हैं। [10×4=40]

All questions are **compulsory**. Internal choices are given.

Q. 3. आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$$x + y + z = 9$$
$$2x + 5y + 7z = 52$$
$$2x + y + z = 0$$

Solve using the matrix method :

$$x + y + z = 9$$
$$2x + 5y + 7z = 52$$
$$2x + y + z = 0$$

अथवा / OR

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ की आइगन मान तथा आइगन सदिश ज्ञात कीजिए।

Find the eigenvalues and eigen vectors of the following matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Q. 4. दर्शाइए कि सम्बन्ध "के बराबर है" वास्तविक संख्याओं पर एक तुल्यता सम्बन्ध है।

Prove that the relation "is equal to" in the set of all real numbers is an equivalence relation.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि यदि $f : A \to B$ एक एकैकी आच्छादिक फलन है, तो $f^{-1} : B \to A$ भी एक एकैकी आच्छादिक होगा।

Prove that if $f : A \to B$ is one-one onto mapping, then $f^{-1} : B \to A$ will be one-one onto mapping.

Q. 5. समीकरण : $6x^6 - 25x^5 + 31x^4 - 31x^2 + 25x - 6 = 0$ को हल कीजिए।

Solve the equation

$6x^6 - 25x^5 + 31x^4 - 31x^2 + 25x - 6 = 0$.

अथवा / OR

कार्डन विधि का प्रयोग करके त्रिघातीय समीकरण

$x^3 - 18x - 35 = 0$ को हल कीजिए।

Solve the cubic equation $x^3 - 18x - 35 = 0$ using Cardon's method.

Q. 6. एक अरिक्त उपसमुच्चय H किसी समूह G का उपसमूह होगा यदि और केवल यदि $a \in H, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$

A non-empty subset H of a group G will be subgroup if and only if $a \in H, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$.

अथवा / OR

दर्शाइए कि दो प्रसामान्य उपसमूहों का सर्वनिष्ठ एक प्रसामान्य उपसमूह होता है।

Show that the intersection of two normal subgroups is again a normal subgroup.

----x----